

# Effets d'un cylindre poreux inséré dans un canal sur les transferts de chaleur et de masse

Hamza Mahdhaoui<sup>#\*1</sup>, Xavier Chesneau<sup>\*2</sup>, Ali Hatem Laatar<sup>#3</sup>

<sup>#</sup> *Departement de Physique, Faculté des Sciences de Bizerte, Université de Carthage, 7021 Jarzouna, Tunisia*

<sup>#</sup> *LETTM, Département de Physique, Faculté des Sciences de Tunis, Tunis El Manar Université, 1060 Tunis,*

<sup>1</sup>hamza.mahdhaoui@gmail.com

<sup>3</sup>hatem.laatar@fsb.rnu.tn

<sup>\*</sup>*LAMPS, Université de Perpignan Via Domitia, 52 Avenue Paul Alduy 66860 Perpignan – France*

<sup>2</sup>chesneau@univ-perp.fr

**Résumé** — Nous avons mené une étude numérique de la convection forcée dans un canal horizontal en présence d'un cylindre carré poreux. Les parois du canal sont mouillées et soumises à un flux de chaleur de densité constante. Pour modéliser ce phénomène nous avons résolu les équations de Navier Stokes, de continuité, de chaleur et de masse dans le canal couplées à l'équation de Darcy Brinkman Forchheimer dans le matériau poreux. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation spatiale des équations, alors que la discrétisation temporelle a été faite par un schéma du type Adams-Bashforth d'ordre deux. Pour identifier la meilleure configuration géométrique, nous avons fait varier plusieurs paramètres tels que le rapport de blocage  $H/h$ , la distance d'écartement  $\gamma = 2d / (H-h)$ , le facteur de forme  $(l/h)$  ainsi que le nombre de Darcy. Nous avons déterminé les distributions des nombres de Nusselt et de Sherwood le long des parois. Enfin, des corrélations

ont été établies afin de déterminer la configuration optimale ainsi que les améliorations correspondantes du transfert de chaleur et de masse.

**Mots clés** — Canal horizontal ; Cylindre poreux ; Transferts thermique et massique ; Évaporation ; Rapport de blocage

## I. INTRODUCTION

L'introduction d'un cylindre poreux dans un canal contrôle la structure de l'écoulement dans ce type de configuration et d'autre part améliore les transferts thermique et massique. Pour cette raison, ces phénomènes d'instabilité d'écoulement ont un grand intérêt dans de nombreuses applications d'ingénierie, en particulier dans les échangeurs de chaleur, les systèmes de refroidissement pour composants électroniques, l'isolation thermique, les réacteurs nucléaires (Somasundaram et Mysels, [1]), la perfusion dans les bioréacteurs (HT Low et al.[2])... Dans la littérature il y a beaucoup de travaux numériques et expérimentaux qui décrivent l'écoulement autour d'un obstacle fixe. La présence d'un cylindre carré complique la structure de l'écoulement et donne naissance à des tourbillons de Von Karman à partir d'une valeur critique du nombre de Reynolds qui varie de 54 à 70. Cette plage pour le nombre de Reynolds critique a été déterminée par Klekar et Patankar [3] et Okajima [4] respectivement. Pour un taux de blocage  $\beta = 1/8$ , nous avons trouvé un nombre de Reynolds critique égal à 60, cette valeur a également été trouvée par Breuer et al. [5] et Korichi et al. [6]. T. Park [7] a mené une étude numérique pour étudier le transfert de chaleur dans un canal horizontal chauffé asymétriquement en présence d'un cylindre carré. Ils ont

étudié les effets du nombre de Reynolds, du taux de blocage et de la distance d'écartement sur les transferts de chaleur au voisinage de la paroi du canal. M.Cheraghi et al. [8] ont étudié les effets de l'espacement des espaces entre le cylindre et la paroi inférieure sur les transferts de chaleur à la paroi. Pour le nombre de Reynolds fixe  $Re = 100$  et le rapport de blocage  $\beta = 1/3$ , le champ d'écoulement 2D laminaire a été calculé pour la plage du nombre de Prandtl  $0,1 < Pr < 1$ . Leurs calculs ont montré qu'un faible nombre de Prandtl a un effet positif sur l'amélioration du transfert de chaleur, en outre, l'amélioration maximale du transfert de chaleur a été obtenue lorsque le cylindre est placé au milieu du canal. T.Jue et al. (2003) [9] ont réalisé une étude numérique pour étudier des tourbillons de Von-Karman qui apparaissent derrière un cylindre carré poreux. Leurs résultats indiquent que la fréquence des tourbillons détachés diminue avec l'augmentation du nombre de Darcy. M.Valipour et al. [10] ont utilisé la même configuration géométrique que Yu, Zeng, et Lee [11] avec un cylindre dont la section à la forme d'un diamant pour modéliser l'écoulement autour et à travers un cylindre poreux. Ils ont étudié les effets des nombres de Reynolds ( $Re \leq 45$ ) et de Darcy ( $Da \leq 10^2$ ) sur la structure d'écoulement.

Les résultats montrent que l'augmentation du nombre de Darcy entraîne un changement sur la structure du sillage apparait au voisinage de l'obstacle, cela s'explique par le fait que la contrainte de cisaillement diminue avec l'augmentation du nombre de darcy. Dhinakaran et Ponmozhi (2011) [12] ont analysé les champs dynamique et thermique d'un écoulement autour et à travers un cylindre carré poreux en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'étude montre que pour les nombres de Darcy très faible  $Da = 10^{-6}$ , les résultats obtenus sont semblables à ceux d'un cylindre carré plein. A notre connaissance, il existe un manque d'études numériques liées au transfert de masse. En outre, il n'existe aucun résultat disponible dans la littérature sur le transfert de masse dans un canal plan en présence d'un cylindre carré poreux. En conséquence, ce travail se concentre sur l'étude de l'évaporation d'un film liquide d'épaisseur négligée dans un canal avec un cylindre carré poreux intégré. L'objectif principal de la présente étude est d'évaluer l'effet de l'introduction d'un cylindre carré poreux sur les transferts de chaleur et de masse. Plus précisément, cette étude examine l'influence de certains paramètres tels que le rapport de blocage et la position du cylindre sur les transferts.

## II. FORMULATION DU PROBLÈME

La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure 1. La position du cylindre est définie par la distance d'écartement  $\gamma = 2d / (H-h)$  où  $d$  est la distance entre la surface du cylindre et la paroi inférieure. L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel ( $x,z$ ). Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude.

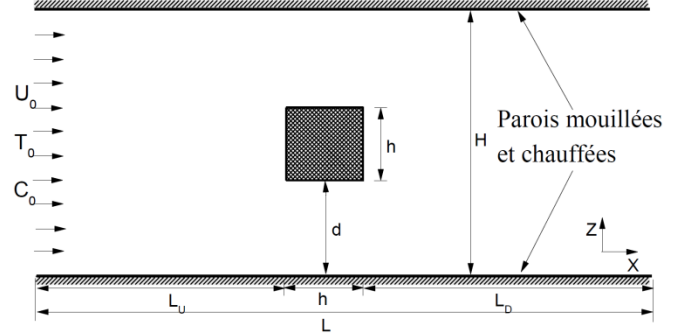


Figure 1: Configuration géométrique étudiée.

### A. Equations

La configuration géométrique ainsi que les dimensions du domaine étudié sont représentées sur la figure 1. La position du cylindre est définie par la distance d'écartement  $\gamma = 2d / (H-h)$  où  $d$  est la distance entre la surface du cylindre et la paroi inférieure. L'écoulement est supposé laminaire, incompressible et bidimensionnel ( $x,z$ ). Le fluide est visqueux et Newtonien. L'effet de la gravité est négligé. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont considérées constantes dans la gamme des conditions d'étude. En tenant compte de ces hypothèses, les équations adimensionnelles régissant l'écoulement, s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2} \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{Re.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + W^2} U + \frac{1}{\varepsilon Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon^2} \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon^2} \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} - \frac{W}{Re.Da} + \frac{C_f}{\sqrt{Da}} \sqrt{U^2 + W^2} W + \frac{1}{\varepsilon Re} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{U}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial X} + \frac{W}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial Z} = \frac{1}{Re.Pr} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2} \right) \quad (4)$$

avec les variables adimensionnelles définies comme suit :

$$X = \frac{x}{H}, Z = \frac{z}{H}, t = \frac{\tau}{H/U_0}, U = \frac{u}{U_0}, W = \frac{w}{U_0}, P = \frac{p}{\rho U_0^2}, T = \frac{\theta}{\theta_0}, Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Re = \frac{U_0 H}{\nu}$$

$$\begin{cases} \varepsilon = 1, C_f = 0 & \text{domaine fluide} \\ 0 < \varepsilon < 1, C_f = \frac{1.75}{150\varepsilon^2} & \text{à l'intérieur du cylindre poreux} \end{cases}$$

### B. Conditions aux limites:

Nous avons considéré les conditions aux limites suivantes :

- A l'entrée du canal

A  $x = 0$

$$U = U_0 \quad W = 0 \quad T = T_0 \quad Hr = Hr_0$$

$$C_0 = \left( \frac{M_v P_v}{M_v P_v + M_a (P_g - P_v)} \right)$$

Avec  $PV = PVS \cdot Hr$ ;  $PVS$  est la pression de vapeur saturée à la température considérée, qui s'écrit comme suit:

$$P_{vs} = 10^{\left[ \frac{17.443 - \frac{279.5}{\theta_0} - 3.868 \times \log(\theta_0)}{\theta_0} \right]}$$

- Aux parois du canal  
pour  $Z=0$  and  $Z=H$

$$U = 0 \quad W = \pm V_e$$

$$q = -\frac{\partial T}{\partial Z} + \rho L_v V_e U_0 ;$$

$$C_w = \left( \frac{M_v P_{vs}}{M_v P_{vs} + M_a (P_g - P_{vs})} \right)$$

En supposant que la paroi est perméable seulement pour la vapeur d'eau, ce qui signifie que la solubilité de l'air dans l'eau est négligeable, où la vitesse d'évaporation non dimensionnelle à la paroi est définie par Burmeister [13]:

$$V_e = -\frac{1}{Re \cdot Sc} \frac{C_w - C_0}{1 - C_w} \left( \frac{\partial C}{\partial Z} \right)_{Z=H; Z=0}$$

#### 2.4 Paramètres des transferts de chaleur et de masse

Le flux de chaleur total de la paroi est la somme du flux de chaleur sensible et du flux de chaleur latente. Le flux de chaleur peut alors être exprimé comme suit :

$$q = q_s + q_L = -\lambda \frac{\partial T}{\partial Z} + \rho L_v V_e$$

Par conséquent, les nombres de Nusselt le long de la paroi sont définis comme :

$$Nu_s = \frac{q_s D_h}{\lambda (T_w - T_b)} ; Nu_L = \frac{q_L D_h}{\lambda (T_w - T_b)}$$

Le nombre de Sherwood qui caractérise le transfert de masse aux parois est exprimé comme :

$$Sh = \frac{\dot{m} D_h (1 - C_w)}{\rho D_v (C_w - C_b)}$$

où l'indice b désigne les valeurs moyennes. La température  $T_b$  et la fraction massique  $C_b$  sont définies respectivement comme suit :

$$T_b = \frac{\int_0^H U T dY}{\int_0^H U dY} ; C_b = \frac{\int_0^H U C dY}{\int_0^H U dY}$$

#### C. Résolution numérique et validation

Les équations dans l'écoulement sont les équations classiques de la convection forcée couplées au modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le matériau poreux. La méthode des volumes finis a été utilisée pour la discrétisation spatiale des équations, alors que la discrétisation temporelle a été faite par un schéma du type Adams-Bashforth d'ordre deux. Les longueurs d'entrée et de sortie sont choisies suffisamment grandes afin d'avoir un régime établi à l'entrée et des gradients de vitesse et de température nuls à la sortie. Le choix du pas de temps a été imposé par la précision et la stabilité numérique des calculs ( $\Delta\tau = 10^{-4}$ ). Les calculs ont été effectués pour trois différentes mailles : (402 \* 34) (602 \* 50) et (802 \* 66). Les trois mailles donnent des erreurs inférieures à 1% pour les différents paramètres pertinents tels que les vitesses  $U$  et  $V$  et le nombre moyen de Nusselt. Par conséquent, le maillage uniforme avec 402 \* 34 éléments est utilisé pour tous les calculs suivants.

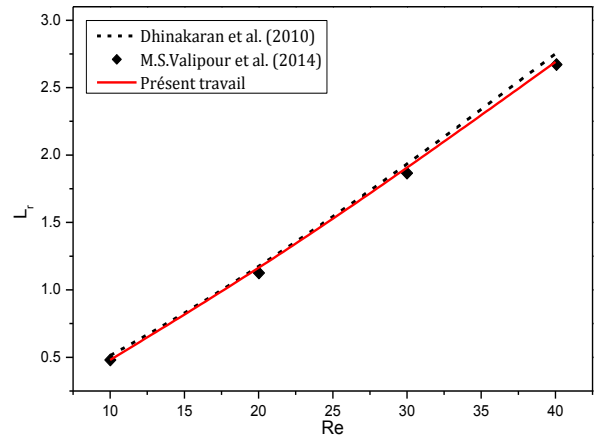


Fig. 2 Variation de la longueur de la zone de recirculation en fonction du nombre de Reynolds pour le cylindre carré poreux à  $Da = 10^{-3}$

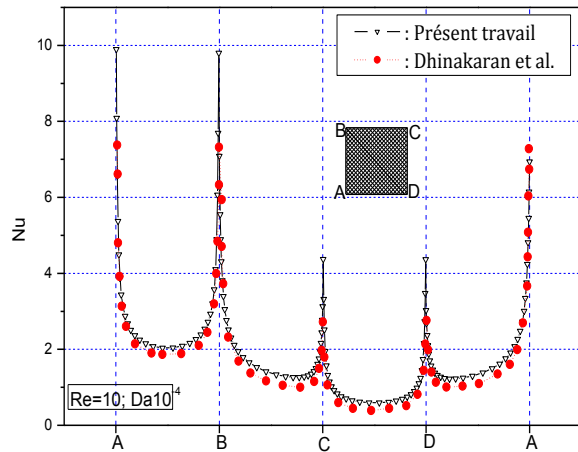


Fig. 3 Nombre de Nusselt local le long du périmètre du cylindre carré pour  $Re=10$  et  $Da=10^{-4}$ .

Pour valider notre code numérique, nous avons comparé nos résultats avec ceux de Dhinakaran et Ponmozhi [8] et

M.Valipour et al. [6] qui ont étudié les transferts de chaleur dans un écoulement avec un cylindre carré poreux et chauffé. La figure 2 montre la longueur de la zone de recirculation après le cylindre poreux en fonction du nombre de Reynolds. Nous pouvons voir, sur cette figure, que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature. Nous pouvons voir également un bon accord grâce à une comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par Dhinakaran et al. pour les nombres de Nusselt sur toutes les faces du cylindre.

### III. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Le problème considéré est relatif à un écoulement d'air ( $Pr=0.71$ ), dans un canal horizontal en présence d'un cylindre poreux de section carrée de hauteur  $h$ . Le canal est de hauteur  $H$  et de longueur  $L= 50h$ . Le domaine est caractérisé par un rapport de blocage  $h/H$ . Le cylindre carré est placé initialement sur l'axe du canal entre les abscisses  $X = 30h$  et  $X= 31h$ .

#### D. Effet du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement

Les effets du nombre de Darcy sur la structure de l'écoulement sont illustrés sur la Fig. 4 pour un nombre de Reynolds égal à 20. Pour un nombre de Darcy égal à  $10^{-2}$  (figure 4a), l'écoulement pénètre dans le cylindre poreux avec une faible résistance et il n'y a pas de zone de recirculation après le cylindre poreux. Au-dessus de cette limite, les lignes de courant comprennent une zone de recirculation régulière de deux tourbillons symétriques situés après le cylindre.

Pour une faible perméabilité  $Da = 10^{-6}$ , la Fig. 4 b montre que l'écoulement ne peut pas traverser le cylindre poreux et que les lignes de courant sont semblables à celles d'un cylindre carré plein. Ce résultat est en bon accord avec ceux obtenus par S. Dhinakaran [8] et Yu et al. [7].

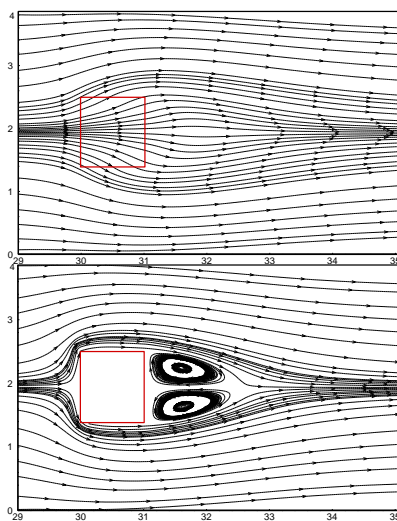


Fig. 4 Lignes de courant à travers et autour du cylindre carré poreux pour deux nombres de Darcy ( $a=10^{-2}$  ;  $b=10^{-6}$ ) por  $Re=20$

#### E. Effet du facteur de forme du cylindre poreux

Dans cette partie, nous étudions l'effet de la variation du facteur de forme sur les transferts combinés de chaleur et de masse. Les résultats sont obtenus pour une humidité fixe,  $Hr=20\%$  et un nombre de Reynolds  $Re=20$ . Sur la figure 6-a, nous avons reporté l'évolution du nombre de Nusselt sensible le long de la paroi pour différentes longueur du cylindre poreux. La présence du cylindre poreux engendre une augmentation de la vitesse et donc des transferts il s'ensuit une augmentation du nombre de Nusselt sensible à la paroi. Dans le cas où le cylindre poreux ne se trouve pas sur toute la longueur du canal, le nombre de Nusselt sensible va augmenter immédiatement après l'emplacement de l'obstacle et diminuer après le point de rattachement de l'écoulement derrière l'obstacle. Ce résultat est en accord avec les travaux de [H. Abbassi et al. 2000], [M. Meis et al., 2010] et [M. Cheraghi et al., 2014]. La présence du cylindre poreux engendre également une augmentation du nombre de Nusselt latent. De la même manière que pour le nombre de Nusselt sensible à l'approche du cylindre poreux le nombre de Nusselt latent va augmenter puis diminuer après le milieu poreux. Ceci est dû au fait qu'avec la présence du milieu poreux la vitesse de l'écoulement augmente et le gradient de température et le gradient de la fraction massique entre la paroi et le fluide sont modifiés. On remarque également à partir de ces figures que les transferts sont dominés par le mode latent.

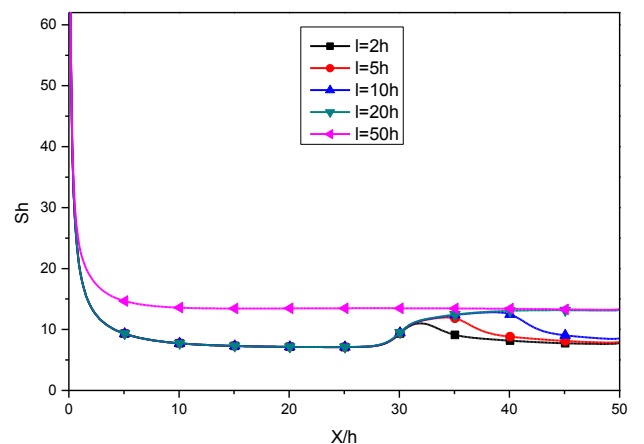
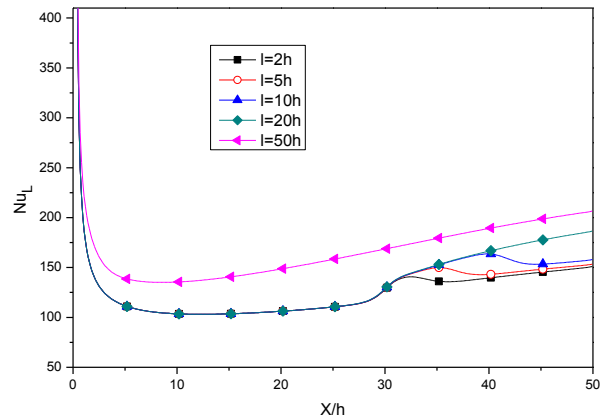


Fig. 5 Evolution des nombres de Nusselt latent et Sherwood le long de la paroi.

Nous allons présenter des corrélations pour les nombres de Nusselt sensible et latent et le nombre de Sherwood en fonction de  $l/h$ , permettant de décrire le transfert de chaleur entre la paroi et le fluide. Ces corrélations sont valables en régime laminaire pour une valeur de densité de flux de chaleur  $Q=350 \text{ w.m}^{-2}$  et  $l/h$  variant entre 1 et 50. L'augmentation du rapport de forme provoque une augmentation monotone des transferts thermiques et massiques. Pour les nombres de Nusselt sensible  $Nu_S$  et latent  $Nu_L$  et le nombre de Sherwood  $Sh$ , nous proposons des corrélations de type :

$$Nu_L = 0.99 (l/h) + 233.95$$

$$Sh = 0.99 (l/h) + 8.74$$

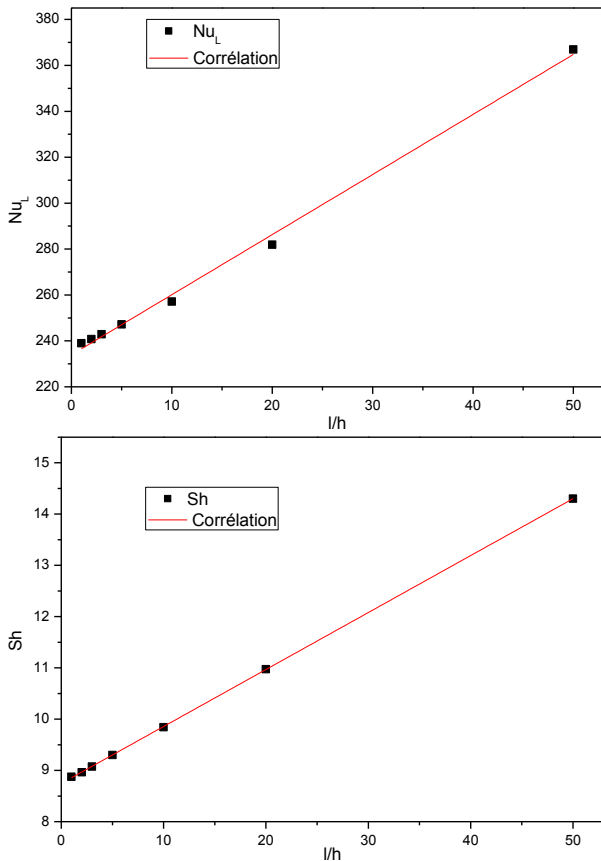


Fig. 6 variation des nombres latents de Nusselt et de Sherwood en fonction du facteur de forme

### F. Position du cylindre

Près de l'entrée les nombres de Nusselt sensible prennent des valeurs importantes du fait que les gradients de température sont assez élevés. Au fur et à mesure que l'air avance dans le canal, il se réchauffe ce qui engendre la diminution de  $Nu_S$ . Dans chaque courbe, nous remarquons l'apparition d'une crête au voisinage de la position de l'obstacle qui faiblit progressivement en cours de l'avancement du fluide. Également pour les courbes des nombres de Nusselt latent, on peut voir que les allures sont

presque semblables : après une diminution rapide à l'entrée du canal, ils s'accroissent progressivement tout au long de la paroi chauffée jusqu'à la sortie du canal, tandis que les positions des crêtes varient suivant les positions de l'obstacle. La comparaison des profils obtenus nous a permis de constater que le transfert de chaleur domine par le transfert en mode latent à l'aide de la vaporisation du film liquide.

L'analyse des courbes relatives à la distribution du nombre de Sherwood (fig.8) montre que cette grandeur admet des allures semblables, à cause des valeurs proches des nombres de Schmidt et de Prandtl. À l'entrée immédiate du canal, il prend une valeur maximale et diminue continûment jusqu'à la sortie du canal. En observant au voisinage de la position du cylindre poreux, nous constatons qu'une crête marque sa présence. En effet la présence d'obstacle cause une accélération de l'écoulement, et par suite le transfert massique s'améliore. À la sortie du canal, les valeurs rejoindront un seuil constant, cela montre un écoulement développé. Cette figure indique que les valeurs de  $Sh$  tendent vers des valeurs asymptotiques de 7.33, 7.33, 7.40, 7.58 et 8.37 respectivement pour  $Lu= 5h, 10, 20, 30,$  et  $40$ .

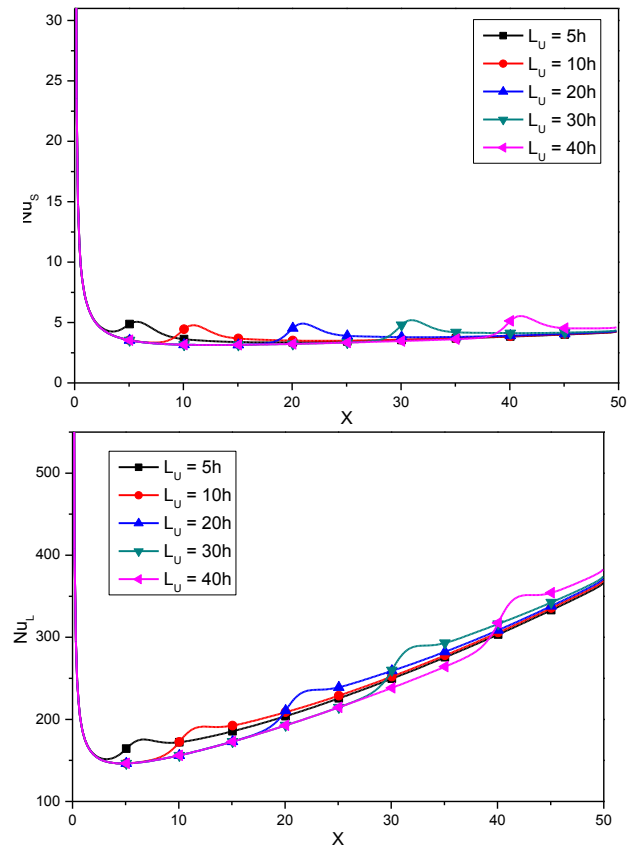


Fig. 7 Evolution des nombres de Nusselt locaux le long de la paroi : (a) chaleur sensible ; (b) chaleur latente.

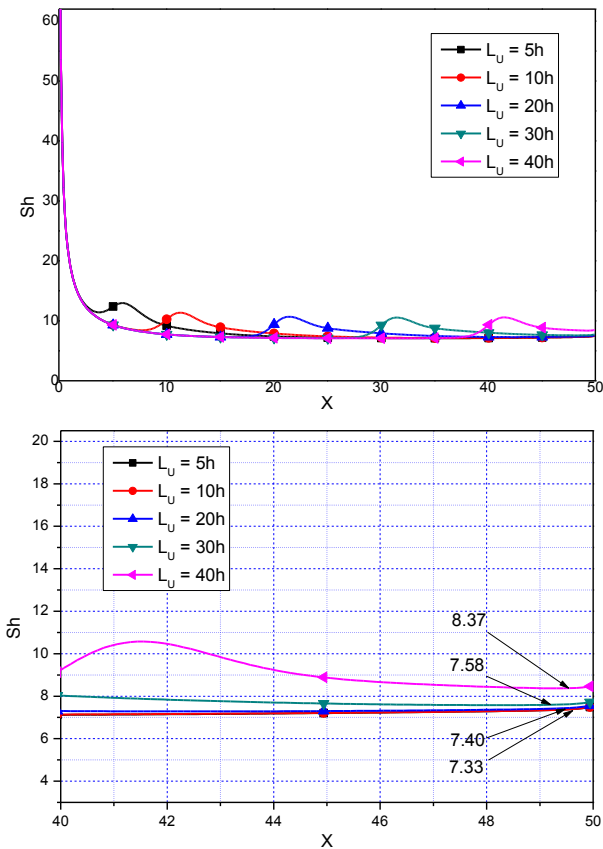


Fig. 8 Evolution des nombres de Nusselt latent et Sherwood le long de la paroi.

### G. Effet de l'espacement entre le cylindre et la paroi de canal

Pour fournir quelques indications sur la topologie de l'écoulement régnant autour du cylindre poreux pour différentes positions, les lignes de courant, qui sont tangentes en tout point au champ des vitesses instantanées, sont présentées sur la figure 1. Une série de simulation a été effectuée pour un nombre de Darcy égale à  $10^{-4}$ , un nombre de Reynolds égale à 40 et six positions régulières du cylindre poreux sont étudiées qui couvrent tout l'espace intérieur du canal. L'écoulement passe à travers et autour du cylindre poreux et reste stationnaire pour toutes les positions du cylindre, parce que ce nombre de Reynolds est dans la région sous-critique. La topologie de l'écoulement est similaire à celle obtenue par T. Park [12] pour un cylindre solide de section carrée. Néanmoins, on note quelques différences, puisque l'écoulement passe à travers l'obstacle poreux. Initialement, le cylindre est placé au milieu du canal, le sillage est formé d'une zone de recirculation de deux tourbillons placés symétriquement derrière le cylindre poreux. Avec la diminution de la distance entre le cylindre et la paroi, cette symétrie initiale du sillage est progressivement perdue. Pour la configuration étudiée, une bifurcation du sillage se produit aux alentours d'une valeur de  $\gamma = 1/2$  faisant apparaître une structure asymétrique. Lorsque le cylindre est proche de la paroi inférieure, on peut voir qu'une seule zone

de recirculation apparaît derrière le cylindre. En particulier, dans la dernière configuration,  $\gamma = 1/6$ , la zone de recirculation en aval est prolongée axialement près de la paroi inférieure.

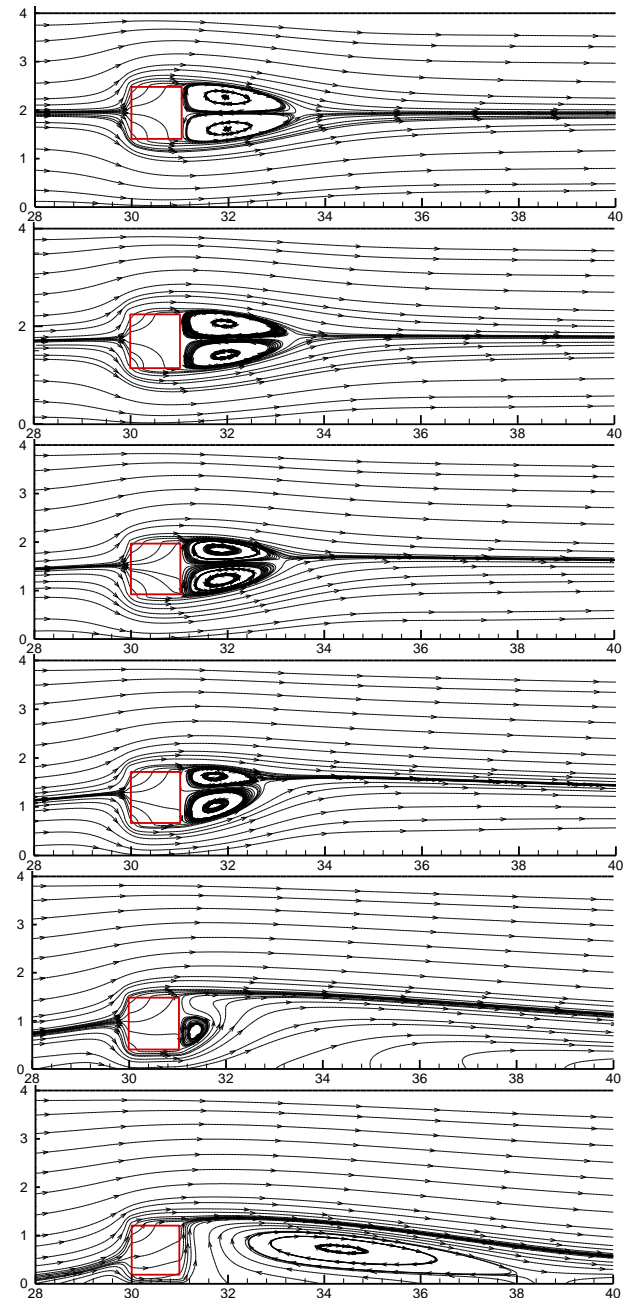


Fig. 9 Evolution des lignes de courant en fonction de la position du cylindre pour un nombre fixe de Darcy et de Reynolds égal à  $10^{-4}$  et 40, respectivement.

Afin de mettre en évidence l'effet de la présence du cylindre poreux sur les transferts, nous avons sur la fig. 8 les nombres de Nusselt latent et de Sherwood moyens normalisés par ces mêmes nombres obtenus pour un canal sans cylindre poreux.

On peut voir à partir de cette figure que l'amélioration du transfert de masse et de chaleur se produit à partir d'une valeur de l'ordre de 0.7. On remarque également sur cette figure que l'amélioration des transferts est plus significative pour un nombre de Darcy égal à  $10^{-4}$ . Pour un nombre de Darcy égal à  $10^{-4}$  et  $\gamma = 1$ , les augmentations des transferts de chaleur et de masse sont respectivement 3,5% et 5,5%.

Fig. 10 Nombre de nusselt latent Sherwood moyens pour différentes distances d'écartement

#### IV. CONCLUSIONS

Les caractéristiques des transferts de masse et de chaleur par convection forcée dans le canal avec un cylindre carré poreux sont étudiées numériquement. L'objectif principal de ce travail est de déterminer les paramètres géométriques optimaux :

- Les caractéristiques d'écoulement sont étudiées pour différentes distances d'écartement.
- Une comparaison est effectuée entre les deux configurations, avec et sans cylindre carré poreux pour mettre en évidence l'effet de son ajout.
- Les améliorations de transfert de chaleur et de masse sont plus importantes lorsque nous diminuons le nombre de Darcy.
- Les nombres latents de Nusselt et de Sherwood ont été corrélés en fonction du facteur de forme.

