La meilleure solution de localisation en utilisant la méthode GPS/LS et le filtre de kalman

Rabaa Ibrahmi[1], Taher Ezzedine[2]

Université de Tunis El Manar
Ecole Nationale d'ingénieurs de Tunis
[1]ibrahmirabaa@gmail.com
[2]tahar.ezzedine@enit.rnu.tn

Résumé— **La navigation par satellite GPS est largement utilisée par les unités militaires, les pilotes, les marins, les randonneurs, les livreurs... De plus en plus de voitures, notamment les voitures de location, en sont aussi équipées. Ces systèmes dynamiques sont des systèmes non linéaires. Dans cet article, ces systèmes vont générer un modèle de processus linéaire en utilisant trois algorithmes; le premier est un algorithme hybride TOA / AOA (Heure d'Arrivée, Angle d'Arrivée) (MC) (Moindres carrées), le second est la navigation par satellite GPS et le dernier est le filtre de kalman étendu. La GPS basé sur la technique du filtre de Kalman étendu (EKF) et l'ajustement par Moindre Carrée (MC) peuvent tracer bien les objets en réduisant l'erreur de positionnement.**

Mots clés— **l'algorithme hybride (TOA/AOA), le station de base BTS, la navigation par satellite GPS, la méthode de moindres carrées MC, le filtre de kalman étendu,**

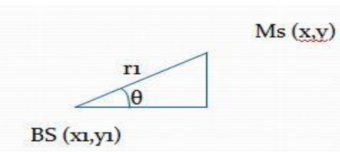
I. INTRODUCTION

Le système de géolocalisation par GPS (Global Positionning System) est un équipement technologique permettant de repérer en temps réel tout objet ou personne qui en est équipé grâce à une couverture par satellites [1]

C'est un moyen fiable pour déterminer sa position géographique. Nous allons tout d'abord utiliser un algorithme de localisation hybride combinant de TOA et AOA, basé sur la méthode de moindres carrés (MC). Puis nous proposons de corriger la position en utilisant la GPS basé sur un algorithme de suivi « EKF »[2].

II. LOCALISATION EN UTILISANT UNE SEULE BTS

Nous utilisons dans cette partie une seule station de base (BS) pour localiser l'objet mobile MS comme le montre la figure suivante :



Dans le cas à 2 dimensions, la position du mobile (MS) est donnée par deux équations:

$$\text{Ms }(x,y)\ \begin{cases} x = x1 + r1\cos\theta \\ y = y1 + r1\sin\theta \end{cases} \qquad (1)$$

Cette approche est de faible complexité de calcul, mais elle est très sensible à l'erreur de mesure de l'angle d'arrivée AOA[3], particulièrement si l'objet mobile est loin de la BS home.

III. LOCALISATION EN UTILISANT PLUSIEURS BTS

A. *Estimateur de moindres carrées (MC)*

Pour expliquer le principe de l'estimateur des moindres carrées, nous considérons le modèle linéaire suivant:

$$d(i) = \sum h_{s,l}\, x(i-l) + U(i) \quad l=0\ldots L-1 \qquad (2)$$

d(i) est le signal désiré à l'instant i obtenu à partir du signal d'entrée x(i). $h_{s,l}$ sont les paramètres inconnus du modèle et U(i) représente le bruit de mesure qui est modélisé par une variable aléatoire (non observable). Il est d'usage de supposer que U(i) est blanc de moyenne nulle, et dont la variance est σ^2_u.

L'objectif est d'estimer les paramètres $h_{s,l}$ étant donnés les deux ensembles de données observables: x(i) et d(i), i = 1, 2,…,N. Pour cela, on définit le signal d'erreur comme la différence entre le signal désiré d(i) et la sortie y(i) d'un filtre RIF qui a pour coefficients $h_{l,\,l} = 0, 1, \ldots, L-1$, :

$$e(i) = d(i) - y(i) \qquad (3)$$

avec $[y(i) = \sum h_l\, x(i-l)]$

Dans l'algorithme MC, il faut choisir les coefficients h_l qui minimisent la fonction de coût suivante :

$$J_{LS} = \sum e^2(i) \quad i = i_1,\ldots,i_2 \qquad (4)$$

Où i_1 et i_2 sont des indices qui représentent l'intervalle dans lequel la minimisation se fait. Pour cette minimisation, les coefficients du filtre $h_0, h_1, \ldots, h_{L-1}$ sont constants pendant l'intervalle $i_1 \le i \le i_2$. Le filtre obtenu de cette minimisation est le filtre linéaire au sens des moindres carrés.

Dans la suite, on utilisera $i_1 = L$ et $i_2 = N$. Dans ce cas, le signal d'entrée peut être réarrangé sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} x(L) & x(L+1) & \cdots & x(N) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ x(1) & x(2) & \cdots & x(N-L+1) \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Et la fonction de coût qu'on cherche à minimiser est:

$$J_{LS} = \sum_{i=L}^{N} e^2(i) \qquad (6)$$

Pour obtenir les coefficients du filtre RIF qui donnent la valeur minimale pour J_{LS}, on utilise le gradient de J_{LS} qui est donné par:

$$\frac{\partial J_{LS}}{\partial h_1} = 2\sum_{i=L}^{N}\frac{\partial e(i)}{\partial h_1}e(i) = -2\sum_{i=L}^{N}x(i-l)e(i) \quad (7)$$

Soit $e_{min}(i)$ l'erreur pour laquelle J_{LS} est minimisée (c-à-d pour le filtre optimal), nous obtenons:

$$\sum_{i=L}^{N}x(i-l)e_{min}(i) = 0, \quad l = 0,1,\dots,L-1 \quad (8)$$

Soient $h_{opt,0}$, $h_{opt,1}$, … , $h_{opt,L-1}$ les coefficients du filtre optimal. Le signal de sortie de ce filtre optimal est:

$$y_{opt} = \sum_{l=0}^{L-1}h_{opt,i}\,x(i-l) = \hat{d}(i) \quad (9)$$

Donc

$$e_{min}(i) = d(i) - \sum_{l=0}^{L-1}h_{opt,l}x(i-l) = d(i) - \hat{d}(i) \quad (10)$$

En effet

$$\sum_{i=L}^{N}x(i-l)e_{min}(i) = 0, l = 0,1,\dots,L-1$$

$$\sum_{i=L}^{N}x(i-l)\left[d(i) - \sum_{k=0}^{L-1}h_{opt}\,x(i-k) = 0\right]$$

$$\sum_{k=0}^{L-1}h_{opt,k}\sum_{i=L}^{N}x(i-l)x(i-k) = \sum_{i=L}^{N}x(i-l)d(i)$$

$$\sum_{k=0}^{L-1}h_{opt,k}\,r(k,l) = p(-l), l = 0,1,\dots,L-1 \quad (11)$$

On écrit sous forme matricielle :

$$Rh_{opt} = p \quad (12)$$

Où

La matrice d'autocorrélation est:

$$R = X^TX \quad (13)$$

Et le vecteur d'intercorrélation est :

$$p = X^Td \quad (14)$$

En supposant que R est inversible, nous obtenons :

$$h_{opt} = R^{-1}p \quad (15)$$

D'où :

$$h_{opt} = (X^TX)^{-1}X^Td \quad (16)$$

Notons :

$$X^+ = (X^TX)^{-1}X^T \quad (17)$$

L'équation (15) peut s'écrire comme suit:

$$h_{opt} = X^+d \quad (18)$$

La matrice X^+ est le pseudo-inverse de la matrice X

B. Localisation par la méthode des moindres carrées (MC)

Lorsque les mesures provenant de multiples stations de base (c.-à-d M> 2) sont disponibles, nous obtenons un ensemble des équations non-linéaires qui sont résolues en utilisant la méthode des moindres carrées (MC).
En utilisant M stations de base :

1) Mesure du temps d'arrivée TOA :

La distance r_i entre la station mobile (MS) et la ième station de base (BS) est exprimée comme suit :

$$r_i^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2, \; i = 1,2,\dots,M \quad (19)$$

A partir de l'équation (19), nous soustrayons la 1ére équation (pour la valeur de i=1) des autres équations (pour i quelconque), nous obtenons alors:

$r_1^2 - r_i^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - (x-x_i)^2 - (y-y_i)^2$
$= x_2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 - 2yy_1 + y_1^2 - x^2 + 2xx_i - x_i^2 - y^2 + 2yy_i - y_i^2$
$= -2x(x_1-x_i) - 2y(y_1-y_i) + x_1^2 + y_1^2 - (x_i^2 + y_i^2)$
$= -2(x_1-x_i)x - 2(y_1-y_i)y + K_1 - K_i$

$$2(x_i-x^2)x + 2(y_i-y_1)y = K_i - K_1 + r_1^2 - r_i^2, \; i=2,\dots,M \quad (20)$$

Avec $K_i = x_i^2 + y_i^2$

2) Mesure de l'angle d'arrivée AOA :

L'angle d'arrivée AOA mesuré par θ est exprimé comme suit :

$$tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta} = \frac{y-y_1}{x-x_1} \quad (21)$$

a. Combinaison des 2 mesures TOA et AOA [4] :

La combinaison des 2 équations (20) et (21) donne l'équation matricielle suivante:

$$DP = C \quad (22)$$

Avec

$$P = [x\ y]^T \quad (23)$$

$$D = \begin{bmatrix} 2(x_2-x_1) & . & 2(y_2-y_1) \\ 2(x_M-x_1) & . & 2(y_M-y_1) \\ sin\theta & . & -cos\theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} K_2 - K_1 & + & r_1^2 - r_2^2 \\ K_2 - K_1 & + & r_1^2 - r_M^2 \\ x_1 sin\theta & - & y_1 cos\theta \end{bmatrix} \quad (25)$$

En appliquant la méthode (MC), on trouve:

$$P = (D^T D)^{-1} D^T C \quad (26)$$

- Si la mesure de r_1 est **bruitée,** toutes les mesures d'autres distance seront contaminées (une mauvaise précision de la localisation)

IV. GPS

A. DEFINITION DE GPS

Le système de géolocalisation par GPS (Global Positionning System) est un équipement technologique permettant de repérer en temps réel tout objet ou personne qui en est équipé grâce à une couverture par satellites.

B. CORRECTION D'ERREUR AVEC LA VALEUR ESTIMEE PAR GPS[5]

- Pour que r_1 soit faiblement bruitée (valeur estimé ~ valeur exacte), on va utiliser la méthode suivante :
  - Installer un module GPS sur chaque BTS dans la zone choisie (Zone militaire par exemple)
  - Ou installer un module GPS sur le BTS Home qui nous donne la distance r_1
  - On a deux méthodes pour connaître la position de BTS Home :
    - ✓ Par GPS qui nous donne la valeur estimée
    - ✓ La valeur exacte de BTS Home
  - Installer un module GPS sur le véhicule
  - ➢ **Comment on peut calculer la distance r_1 avec cette méthode ?**

V. SCENARIO

1- Calculer la position estimée à l'aide de GPS de la BTS Home[6]

$$\hat{x}_k^- = \begin{bmatrix} \left(V_{Long}^-\right)_{k-1} + \Delta t.\left(a_{Long}^-\right)_k \\ (ACC_x - g.sin\theta_{k-1}^-).cos\theta_{k-1}^- \\ \theta_{k-1}^- + \Delta t.\left(GYRO_y\right)_k \end{bmatrix}$$

$$z_k = \begin{bmatrix} (V_{GPS})_k \\ (V_{GPS})_k \\ \left(\tan^{-1}\frac{V_Z}{V_{XY}}\right)_k \end{bmatrix}$$

2- Comparer cette position à celle de position exacte de BTS Home

3- Trouver l'erreur

4- Calculer la position estimée du véhicule

$$\hat{x}_k^- = \begin{bmatrix} \left(V_{Long}^-\right)_{k-1} + \Delta t.\left(a_{Long}^-\right)_k \\ (ACC_x - g.sin\theta_{k-1}^-).cos\theta_{k-1}^- \\ \theta_{k-1}^- + \Delta t.\left(GYRO_y\right)_k \end{bmatrix}$$

$$z_k = \begin{bmatrix} (V_{GPS})_k \\ (V_{GPS})_k \\ \left(\tan^{-1}\frac{V_Z}{V_{XY}}\right)_k \end{bmatrix}$$

5- Corriger la position du véhicule avec l'erreur trouvé

6- Trouver la position corrigée qui est proche de la position exacte

VI. CONCLUSION

Dans cet article, nous présentons un algorithme hybride (TOA / AOA) utilisant la méthode des moindres carrées(MC), cette méthode est facile à implémenter mais elle donne des résultats moins précis. Pour ce là, on a utilisé une autre méthode qui est basée sur le GPS pour corriger ces résultats.

VII. BIBLIOGRAPHIE

[1] J. Kim, S. Lee, "A vehicular positioning with GPS/IMU using adaptive control of filter noise covariance" ICT Express 2, 2016, pp. 41-46.

[2] A. K. Wong, "An AGPS-Based Elderly Tracking System," *1st Internantional Conference on Ubiquitous and Future Networks, IEEE ICUFN, June* 2009.

[3] L. Cong and W. Zhuang, "Hybrid TDOA/AOA mobile user location for wideband CDMA cellular systems," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol. 1, pp. 439-447, 2002.

[4] V. Y. Zhang and A. K. Wong, "Combined AOA and TOA NLOS Localization With Nonlinear Programming in Severe Multipath Environments," *Wireless Communications and Networking Conference, 2009. WCNC 2009. IEEE,* pp. 1-6, 2009.

[5] S.T Abbas, Z. Ahmed and A. Inam "Study on localization of moving objects Using Wireless Sensor Networks", ICTC, IEEE, 2015.

[6] C. O. Andrei and A. Kukko, "Precise carrier phase-based point positioning of boad-mounted tessestrial remote sensing platform" IEEE, 2014